

25

## DETERMINACIÓN DEL TIEMPO DE RESPUESTA DE UN SISTEMA ELECTROMECAÁNICO: CASO PRÁCTICO\*

Por: Jorge González Coneo\*\*, Vladimir Quiroz Mariano\*\*\*

Fecha de recibido: 6 de julio de 2010 • Fecha de aceptación: 30 de septiembre de 2010

### RESUMEN:

En la selección de los accionamientos requeridos para el correcto funcionamiento de un sistema electromecánico no es suficiente con determinar cuál es la potencia requerida por el sistema en estado estable o de régimen, sino que también es muy importante conocer la rapidez a la que se debe suministrar dicha potencia durante su estado transitorio. La determinación de esta rapidez se puede obtener mediante la aplicación de algunas leyes de la física y el uso de la transformada de Laplace. En este trabajo se ilustra, mediante un caso específico, cómo calcular o determinar el tiempo de respuesta de un sistema electromecánico.

### PALABRAS CLAVE:

Accionamiento, Sistema electromecánico, Tiempo de respuesta, Estado transitorio, Estado estable.

Revista Inge-CUC / Vol. 6 - No. 6 / Octubre 2010 / Barranquilla - Colombia / ISSN 0122-6517

309



\* Artículo derivado del trabajo sobre Aplicación de Métodos para la selección y diseño de accionamientos rápidos desarrollado por los investigadores Vladimir Quiroz (Universidad Tecnológica de Bolívar), Heriberto Maury (Universidad del Norte), Jorge González (Corporación Universitaria de la Costa) y Carles Riva (Universidad Politécnica de Cataluña).

\*\* Ingeniero Mecánico, Universidad del Norte. Especialista en Estudios Pedagógicos, Corporación Universitaria de la Costa. Especialista en Informática y Telemática, Fundación Universitaria del Área Andina. Docente de la Corporación Universitaria de la Costa. Investigador líder del grupo Instrumentación Electrónica para el Laboratorio de Física de Campo INF2CUC. jgonzalez@cuc.edu.co

\*\*\* Ingeniero Mecánico, Universidad Tecnológica de Bolívar. Mg. Ingeniería Mecánica, Universidad del Norte. Docente Tiempo Completo Universidad Tecnológica de Bolívar. vquiroz@unitecnologica.edu.co



**ANSWER TIME DETERMINATION IN AN ELECTROMECHANIC SYSTEM: PRACTIC CASE**

By: Jorge González Coneo, Vladimir Quiroz Mariano

**ABSTRACT:**

In the selection of drives required for the proper functioning of an electromechanical system is not sufficient to determine the power required by the steady-state system or regime, but is also very important to know how fast to be provided this power during transient state. The determination of this speed

can be obtained through the application of some laws of physics and the use of Laplace transform. This paper illustrates, through a case specify, calculate or determine the response time of an electromechanical system.

**KEY WORDS:**

Drives, Electromechanical system, Response time, Transient, Steady state.

## I. INTRODUCCIÓN

Un sistema electromecánico está constituido por un conjunto de elementos tales como ejes, motores, poleas, u otros que al operar como un todo sirven para desempeñar una función específica como la de desplazar una carga, aplicar una fuerza o elevar un cuerpo, básicamente.

Un sistema de transporte de carga a granel por medio de una banda transportadora o utilizando un elevador de cangilones o los sistemas que permiten el movimiento rápido de máquinas herramientas como los fresadoras, los taladros o los troqueles son ejemplos típicos de sistemas electromecánicos. La denominación de estos sistemas, como su nombre lo indica, es porque los principios de funcionamiento están basados en la mecánica y el electromagnetismo.

En muchas aplicaciones, al analizar estos sistemas, solo se necesita determinar los requerimientos de potencia de estos cuando se encuentra en un régimen estacionario o de trabajo estable, pero existen otras situaciones en las que esta potencia debe suministrarse en un intervalo de tiempo muy corto, cuando el sistema arranca y se encuentra en una situación de estado transitorio.

## 2. DESARROLLO

Para el caso de estudio se considerará inicialmente un sistema electromecánico general. En la figura 1. Se muestran los componentes de dicho sistema.

### • Sistema mecánico

El sistema mecánico puede considerarse desde la salida del motor hasta la carga. Para el estudio de este primer componente aplicamos los principios básicos de la **Dinámica de rotación**:

$$\sum \text{torques} = J_e \frac{d\omega}{dt}$$

donde  $J_e$  es el momento polar de inercia equivalente del sistema. Al reemplazar los diferentes torques o momentos de fuerza que actúan en el sistema se obtiene que:

$$M_m - M_{L/m} - M_{fricción} = J_e \frac{d\omega}{dt}$$

$$M_{m \gg M_{L/m}}$$

Teniendo en cuenta el efecto de la carga y la transmisión sobre el motor, que es el objeto del análisis, se tiene que:

$$J_e = J_m + \frac{m}{\eta i^2}$$

$$M_{fricción} = b \cdot \omega$$

Despreciando el efecto del par producido por la carga sobre el motor y reemplazando el par debido a la fricción, se obtiene la siguiente expresión:

$$M_m = J_e \frac{d\omega}{dt} + b \cdot \omega$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación diferencial queda de la forma:

$$\{M_m\} = (J_e \cdot s + b) \cdot \omega(s)$$

### • Sistema eléctrico

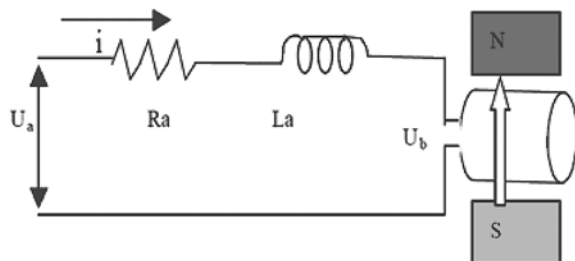
Para analizar el sistema eléctrico, previamente debe conocerse cuáles son las características del motor y su control: si es de corriente directa, corriente alterna, si es un paso a paso, un servomotor, etc. En esta aplicación se considerará que se emplea un servomotor de corriente continua

Figura 1. Esquema del sistema electromecánico



con imán permanente controlado por la armadura.

Figura 2. Sistema eléctrico



En la figura 2 puede observarse el circuito eléctrico correspondiente a la situación planteada. Luego se aplica la **LEY DE LOS VOLTAJES DE KIRCHOFF**, la **LEY DE OHM** y teniendo en cuenta la presencia de la fcm, se obtiene la ecuación diferencial del sistema eléctrico

$$E(t) = U_a - U_b = i_a R_a + L_a \frac{di_a}{dt}$$

Al aplicarle la transformada de Laplace a esta ecuación se convierte en:

$$E(s) = (R_a + L \cdot s) \cdot i_a(s)$$

#### • Sistema magnético

Hasta el momento se ha analizado el sistema eléctrico y el sistema mecánico, pero no existe una relación matemática que permita integrar los dos sistemas. Para lograr esto se hace uso de los principios del electromagnetismo, que relaciona cómo a partir de la generación o presencia de un campo magnético se genera un par o torque mecánico. El par suministrado por este motor es una función directa del flujo magnético y de la corriente que circula por la armadura.

$$M_m = K_m \cdot i_a$$

Por otra parte se ha establecido que la **GENERACIÓN DE UNA FCEM**, es proporcional a la velocidad de rotación del motor, por lo que se puede plantear la siguiente expresión:

$$U_b = K_b \cdot \omega_m$$

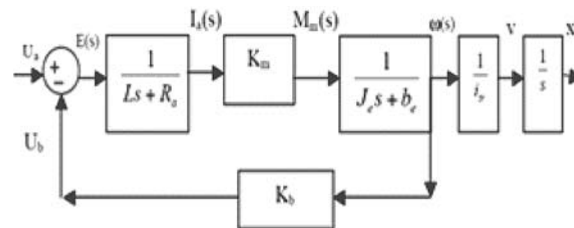
Aplicando la transformada de Laplace a las dos expresiones anteriores se obtiene:

$$M_m(s) = K_m \cdot i_a(s) \quad \text{y} \quad U_b(s) = K_b \cdot \omega_m(s)$$

### 3. ANÁLISIS INTEGRADO DEL SISTEMA ELECTROMECAÁNICO

La figura 3, muestra el diagrama de bloques del sistema electromecánico

Figura 3. Diagrama de bloques del sistema



Al aplicar el álgebra de bloques y la transformada de Laplace a todo el sistema se obtiene la función de transferencia del mismo.

$$\frac{\omega(s)}{U_a} = \frac{K_m}{R_a J_e s + (K_m K_b + R_a b)}$$

De aquí se obtiene la siguiente expresión para el cálculo de la constante de tiempo electromecánica.

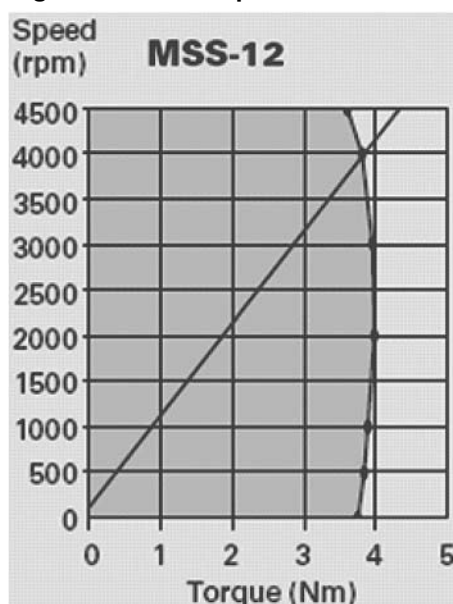
$$T_{em} = \frac{R_a \cdot J_e}{K_m \cdot K_b + R_a \cdot b}$$

Para los cálculos se seleccionó un motor marca Mavilor, cuyas características se indican en la tabla 1. Con estos datos y del momento de inercia se obtuvo que la constante de tiempo del sistema es de 0,056 seg. Normalmente se considera que un sistema se encuentra o alcanza el estado estable luego de tres veces la constante de respuesta del sistema, por lo que se puede considerar que a los 0,168 segundos el sistema alcanza su rapidez nominal.

**Tabla 1. Características del motor**

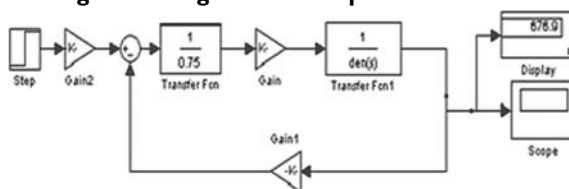
Velocidad media(N):	3000 RPM
Velocidad Máxima (Nmáx):	4500 RPM
Eficiencia ( $\eta_m$ ):	83%
Par máximo (Ta):	3.95 N-m
Par promedio (T):	3.90 N-m
Par de fricción (Tf):	0.09 N-m
Cte. de amortiguamiento (b):	$1.91 \times 10^{-4}$ N-m-seg/rad
Momento de inercia (Jm):	$1.7 \times 10^{-3}$ Kg-m <sup>2</sup>
Potencia promedio (P):	1240 Watt
Voltaje en terminales (V):	106.7 Volt
Resistencia eléctrica (Ra):	0.75 $\Omega$
Corriente (Ia):	14.0 Amp
Constante de voltaje (Kb):	0.295 Volt-seg/rad
Constante de par (Km):	0.295 N-m
Constante de tiempo mecánica ( $\tau_m$ ):	14.0 ms

**Figura 4. Curva de operación del Motor**



Esta situación puede simularse mediante el uso del Simulink de Matlab, para lo cual se debe construir el diagrama de bloques del sistema, asignar los valores de los parámetros, junto con las condiciones iniciales del problema y luego generar la gráfica con la respuesta.

**Figura 5. Diagrama de bloques en Simulink**



Para la simulación se empleó un escalón unitario y la rapidez del sistema en el tiempo inicial es cero.

En la figura 6, puede observarse que la respuesta del sistema se estabiliza aproximadamente a los 0,15 seg, lo cual concuerda bastante bien con el resultado obtenido al multiplicar la constante de tiempo por el factor de 3.

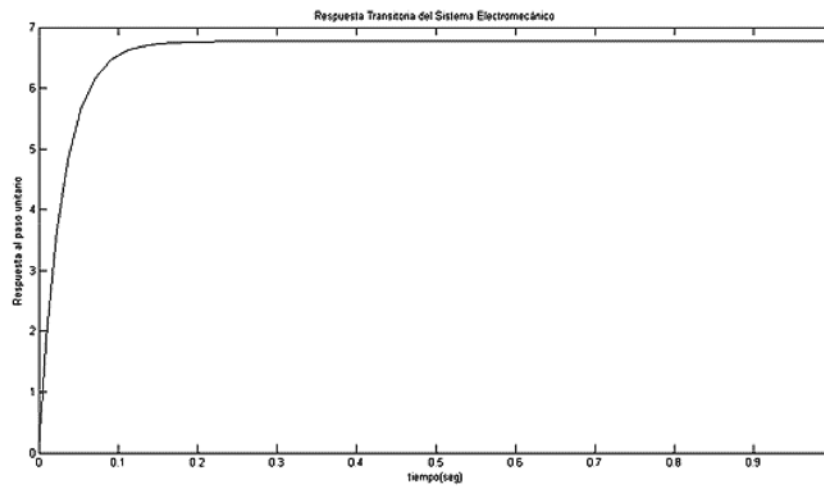
El valor de la constante de tiempo es independiente del valor de la entrada suministrada en el escalón y solo depende de los parámetros: constante de par, constante de voltaje, constante de amortiguamiento, resistencia de armadura y momento de inercia. Este último parámetro depende a su vez de la carga y el coeficiente de fricción viscosa principalmente.

## 4. CONCLUSIONES

Existen diversos métodos para la determinación del estado transitorio de un sistema electromecánico, como por ejemplo en método de la potencia transitoria y la energía transitoria y la energía cinética doble desarrollado por el Dr. Carles Riva. En este trabajo se utilizó la metodología de cálculo de la constante de tiempo integrada del sistema electromecánico.

La determinación de este tiempo se realizó a partir de la aplicación de cinco principios físicos básicos y el uso de la transformada de Laplace. Un método alternativo para la determinación del tiempo de respuesta es a través del uso de Simulink.

Figura 6. Respuesta transitoria del sistema



En la situación mostrada no se incluyó ninguna etapa de control sobre los parámetros del sistema pero, este mismo análisis puede complementarse incluyendo las acciones de control so-

bre el mismo (proporcional, integral, derivativo, P.I.D.), con lo cual se esperaría se modifique el tiempo de respuesta del sistema ante la acción de control.

## 5. BIBLIOGRAFÍA

EUGENE, Avallone and BAUMEISTER III, Theodore. *Marks Manual del Ingeniero Mecánico*, 9ª edición. McGraw-Hill.

MAURY, Heriberto y RIVA, Carles (1998). Constantes de tiempo en sistemas de accionamiento electromecánicos. *Anales de Ingeniería Mecánica*, año 12, Vol. I.

MAURY, Heriberto (2004). *Notas de clase*. Curso de accionamientos rápidos. Maestría en Ingeniería Mecánica Universidad del Norte.

PACHECO, J.; MAURY, H. and RIVA, C. (2003). *Numerical determination of time constant in an electromechanical drive system non-linear model based in stepper motors*. COBEM.